LitNet Akademies Jaargang (9)1, Maart 2012

Toewysingsheuristieke om die volgorde van bestellings vir 'n uitsoeklyn te bepaal

AP de Villiers en SE Visagie
Departement Logistiek
Universiteit Stellenbosch

Summary

An order picking system is considered that operates by means of a picking line requiring pickers to move in a clockwise direction. The picking line consists of fixed locations, each containing a unique item of inventory. The orders and locations of the products within the picking line are known in advance. The problem requires a sequence in which orders must be picked such that the distance travelled by the pickers is minimised. The problem is solved by means of heuristics. Two classes of heuristics are presented. The first class is based on a generalised assignment approach and the second class utilises preference ratios. All the heuristics are compared by means of their solution quality for real-life data sets. A variation of the preference ratio approach displays the best results.

Opsomming

'n Sisteem vir die opmaak van bestellings word ondersoek. Die sisteem vereis dat die werkers in 'n kloksgewyse rigting om 'n uitsoeklyn beweeg. Die uitsoeklyn bestaan uit vaste vakkies wat elk 'n unieke produk bevat. Die bestellings en die produkte in die vakkies is bekend voordat bestellings opgemaak word. Die volgorde moet bepaal word waarin die bestellings in 'n uitsoeklyn opgemaak moet word sodat die totale afstand afgelê deur die werkers geminimeer word. Die probleem word opgelos met twee klasse van heuristieke. Die eerste klas is gebaseer op 'n veralgemeende toewysingsprobleem. Die tweede klas gebruik voorkeurverhoudings. Al die heuristieke word vergelyk op grond van hulle oplossingskwaliteit vir werklike datastelle. Een van die metodes wat die voorkeurverhoudings in ag neem lewer die beste resultate.

Extended abstract

Order picking is the most labour-intensive operation in distribution centres (DC's) with manual systems [2]. Order picking entails the collection of products in response to a set of requests from customers (retail outlets). The organisation of order picking operations impacts on the DC's and thereby the supply chain's performance [1]. DC's, storage assignments and the planning of routes of pickers may be used to enhance the operating efficiency and space utilisation, and therefore reduce order picking costs [7].

An order picking system in a DC owned by Pep Stores Ltd (Pep), located in Durban, South Africa, is investigated. Pep is a chain store selling predominantly apparel. Orders are sent to the DC from the Pep central office, containing requests from the specific retail

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

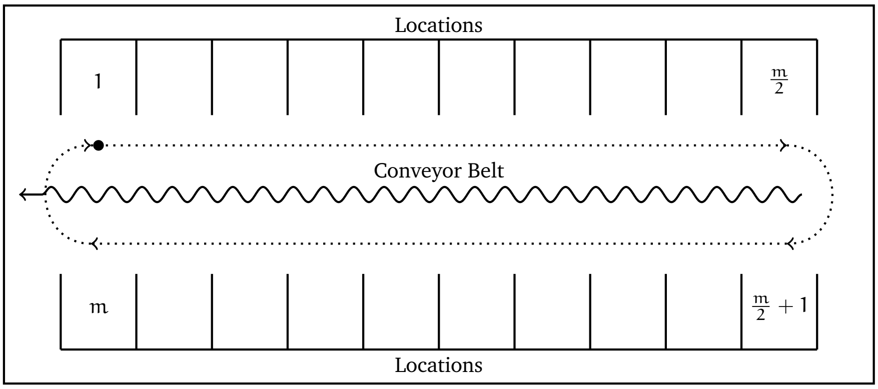


Figure 1: A schematic representation of the layout of a pickingline containing m locations.

outlets. Pep has more than 1 500 retail outlets. The sizes and quantities of the requests processed by the DC have a direct impact on the order picking system used by Pep.

The DC uses a *wave* order picking system, which entails a set of stock-keeping units (SKU's) together with the set of retail outlets requiring at least one of these SKU's. All the orders (all the retail outlets) in that wave are picked during a single order picking process. All the SKU's in a wave are completely picked for all retail outlets during that wave.

Each wave is picked in a picking line as displayed schematically in Figure 1. A single SKU is stored in each of the locations, and only SKU's that form part of the same wave are placed in a picking line. A location may contain up to five pallets of stock. The large quantities of stock assigned to locations eliminate the replenishment of stock within the picking line during order picking.

A voice-automated computer system is used to communicate with the pickers. Each picker has a headset. The computer system and the picker communicate with each other using the headset. The system instructs the picker via the headset, ensuring that the pickers complete the picks for a single order before another order is started. Pickers move in a clockwise direction around the conveyor belt picking the requested SKU's for each order.

Three tiers of decisions exist for the configuration of the picking lines. The first tier assigns a set of SKU's to a picking line. The second tier determines the positioning of the SKU's in a picking line. The final tier determines a sequence of the orders for pickers within a picking line and is referred to as the Order Sequencing Problem (OSP). The objective of the tiers is to pick all the orders in the shortest possible time.

The following assumptions are made to model the OSP. These assumptions are made in cooperation with the management of Pep and are similar to the assumptions of Matthews and Visagie [9].

1. A picker must complete an order before starting a new order.
2. The time to pick an SKU is constant over all orders.
3. Pickers move at a constant speed.
4. An order may commence at any location.
5. The time required to switch between orders is negligible.
6. A picker may not collect the first SKU of a new order at the same location as the last location of a previous order.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

The OSP may be modelled as an equality generalised travelling salesman problem, which is an $\mathcal{NP}$-hard problem [3]. Due to the size of the problem, heuristic approaches are used to address the OSP. A number of definitions are required to explain the heuristic approaches.

The **span** of an order is the smallest set of locations passed to complete the order given a starting location. The **size of a span** is the number of locations that have to be traversed to complete the order if a starting position is specified. The **preference spans** of an order are the spans of an order, which start at a location containing a required SKU.

By simply considering the preference spans of an order, the size of the problem may be reduced without reducing the scope of the problem.

Assignment problems deal with assigning a number of sources (supply points) to destinations (demand points). Each source must be assigned to a destination, where a cost is incurred for each of the source-destination combinations. It is required to assign exactly one source to one destination in such a way that the total cost of the assignment is minimised [3].

Six variations of a greedy heuristic is used to address the OSP by means of a generalised assignment problem. This assignment problem uses the notion of selecting a single preference span for an order and connecting the ending location of that order to the starting location of another order. If a subtour is formed in this process, the subtour is treated as a single order. If a number of subtours are generated, a classical assignment problem may be constructed, where each subtour contains only one starting location and one ending location. The starting and ending location may be determined by considering the number of locations travelled to connect any two orders in a single subtour.

If the classical assignment problem does not create a single subtour, the longest arc within each subtour is removed, and a unique starting and ending location is calculated for each subtour. The classical assignment problem is used once more to generate a single tour. This process is iteratively implemented until a single tour is generated.

Two algorithms are developed to reduce the number of possible preference spans for each order, to eliminate preference spans that will potentially reduce the solution quality, forcing orders to be picked on shorter preference spans. The first algorithm ranks the "importance" of certain orders by means of a ratio, while the second algorithm (referred to as method VKH_2) ranks a selected number of preference spans of each order. A sequence in which orders should be picked is then determined by examining the starting locations of the ranked preference spans.

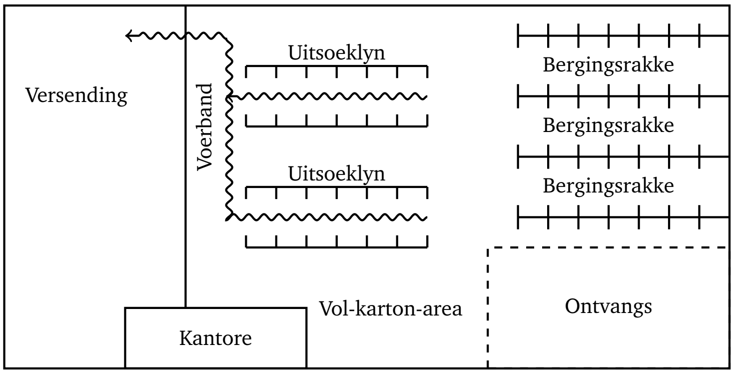
All the heuristics are compared by means of their solution quality for real-life data sets. The data is seperated into three categories for waves in picking lines with a large, medium or small number of orders. Method VKH_2 delivers the best results and is thus the recommended heuristic approach to solve the OSP.

Inleiding

Pep Stores Bpk (Pep) is 'n kettingwinkelgroep met meer as 1 500 takke regoor Suider-Afrika. Pep spesialiseer in klerasie, maar verkoop ook huishoudelike produkte en selfone. Pep is die grootste enkel-handelsmerk-kettingwinkel in Suider-Afrika en het meer as 15 000 werkers in diens. Die bedrywighede binne een van Pep se distribusiesentrums in Durban, Suid-Afrika, word beskou. Die distribusiesentrum het 'n oppervlakte van meer as 50 000m^2. Die vier hoof bedrywighede in die distribusiesentrum is die ontvangs van goedere, die berging van goedere, die opmaak van bestellings vir die takke en die versending van bestellings na takke. 'n Skematiese uitleg van die distribusiesentrum in Durban word in Figuur 2 vertoon.

Voordat goedere geberg word, word die afgelewerde goedere gekontroleer om te bepaal of die regte hoeveelhede en kwaliteit afgelewer is. As die goedere aan hierdie ver-

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za



Figuur 2: Die uitleg van die Pep-distribusiesentrum in Durban.

eistes voldoen, ontvang elke karton op 'n pallet 'n etiket in die vorm van 'n plakker [sien Figuur 9(a)] wat al die besonderhede van die inhoud van die kartonne op daardie pallet bevat. Die etikette word geskandeer om te bevestig dat die goedere in die distribusiesentrum gearriveer het. Hierdie inligting word dan na 'n sentrale rekenaarstelsel gestuur.

Goedere beweeg van die ontvangsarea [in Figuur 3(a)], of na die bergingsrakke [in Figuur 3(b)] of na die vol-karton-area. Die kartonne wat na die vol-karton-areas gaan, word nie in die distribusiesentrum oopgemaak nie en word direk na 'n tak gestuur. Die kartonne wat oopgemaak en herverpak moet word vir kleiner versendings, word in die bergingsrakke geberg. Vurkhysers beweeg tussen die bergingsrakke om voorraad weg te pak en uit te haal soos dit benodig word. Die vurkhysers kan gemaklik tussen bergingsrakke beweeg om pallette van produkte weg te pak of uit te haal.

(a) Ontvangsarea

(b) Bergingsrakke

Figuur 3: Ontvangs en berging van goedere in die distribusiesentrum in Durban.

Die distribusiesentrum ontvang groot hoeveelhede produkte in verskeie kartongroottes en daarom word pallette gebruik om die beweging van die goedere te vergemaklik. In Figuur 4(a) word getoon hoe kartonne op pallette gestapel kan word. Figuur 4(b) wys hoe 'n vurkhyser aangewend kan word om die pallette te beweeg.

'n Belangrike funksie van die distribusiesentrum is om genoeg voorraad te berg om in die vraag van die verskeie winkels te voorsien. Pep se sentrale kantoor bepaal hoeveel van elke produk na elke tak gestuur moet word en gee hierdie instruksies aan die distribusiesentrum. Die distribusiesentrum moet dan verskeie kartonne vol identiese items uit die bergingsrakke gaan haal en die produkte dan in ander kartonne herverpak sodat die nuwe kartonne die produkte bevat wat deur 'n tak benodig word. Hierdie proses is die *opmaak van bestellings* vir die takke.

Om bestellings op te maak gebruik die distribusiesentrum 'n stelsel wat gebaseer is op

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

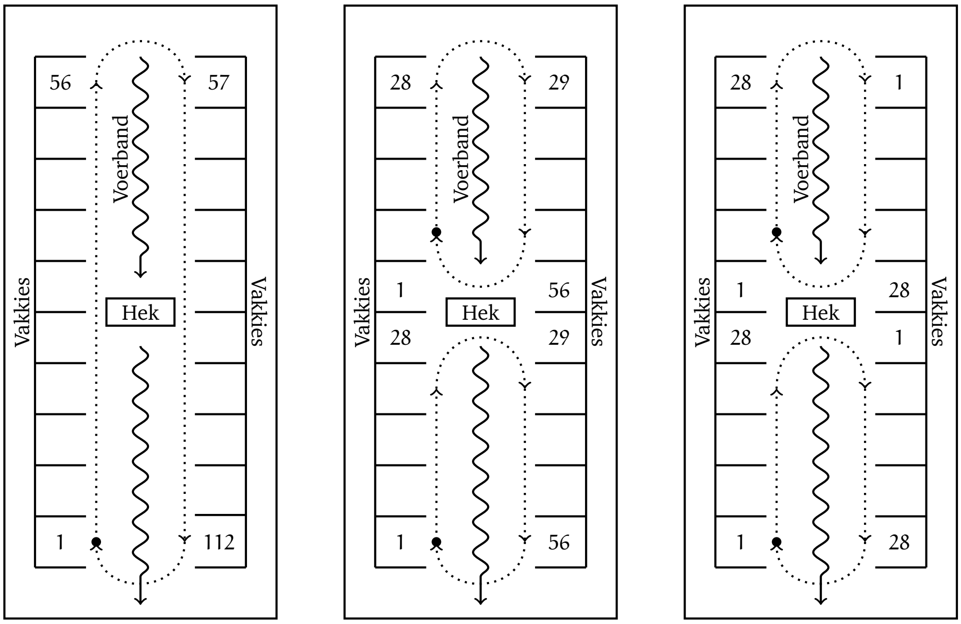
(a) Kartonne op pallette

(b) ’n Vurkhyser wat ’n pallet beweeg

Figuur 4: Die beweging van goedere binne die distribusiesentrum in Durban.

die konsep van ’n *golf*. ’n Golf is ’n stel produkte tesame met ’n versameling winkels wat minstens een eenheid van ’n produk in die golf benodig. Al die bestellings word volledig opgemaak gedurende ’n enkele golf.

Die bestellings word opgemaak met behulp van ’n uitsoeklyn. ’n Uitsoeklyn is die uitleg (of rangskikking) van verskillende produkte (elk in sy eie vakkie) op so ’n manier dat werkers met gemak die korrekte hoeveelhede van die produkte kan versamel vir al die bestellings.



(a) (b) (c)

Figuur 5: Moontlike uitlegte van die uitsoeklyne in die distribusiesentrum in Durban.

Afhangende van die tipe produkte wat versamel moet word, kan uitsoeklyne verskillende uitlegte hê. Pep gebruik gerigte uitsoeklyne, sodat die werkers wat die bestellings opmaak, in ’n kloksgewyse rigting om die uitsoeklyn beweeg. Daar is 112 vakkies in ’n uitsoeklyn - 56 vakkies aan die een kant van die uitsoeklyn en 56 vakkies aan die ander kant. Figuur 5 toon die moontlike konfigurasies van uitsoeklyne in die distribusiesentrum. Figuur 5(a) beeld die situasie uit waar die hele uitsoeklyn gebruik word. Elke uitsoeklyn het ’n hek in die middel. Die hek mag gebruik word wanneer ’n werker nie ’n volledige siklus rondom die uitsoeklyn hoef te voltooi nie. Twee soortgelyke uitlegte kan geskep

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

word met behulp van die hek. Hierdie uitlegte verdeel een uitsoeklyn in twee aparte uitsoeklyne, elk met 56 vakkies tot die beskikking van daardie uitsoeklyn. Figuur 5(b) toon die geval waar die uitsoeklyn verdeel word om twee kleiner uitsoeklyne te vorm waar elke vakkie 'n unieke produk bevat, terwyl Figuur 5(c) die geval voorstel waar die produkte aan die een kant van die uitsoeklyn aan die ander kant daarvan gedupliseer word. In die Pep-distribusiesentrum in Durban word hoofsaaklik die uitleg in Figuur 5(b) gebruik.

Elke produk in die uitsoeklyn behou sy vasgestelde vakkie totdat al die bestellings opgemaak is (dit is totdat die golf afgehandel is). Die lengte van die uitsoeklyn in Figuur 5(b) is ongeveer 75 meter en 'n werker sal dus ongeveer 150 meter moet loop om 'n siklus om die uitsoeklyn af te lê. Die distribusiesentrum bevat 6 parallelle uitsoeklyne.

Sodra die uitsoeklynbeplanner 'n golf van versoeke vanaf die sentrale kantoor saamgestel het, kan die uitsoeklyn gebou word. Die proses begin met vurkhysers wat die produkte uit die bergingsrakke gaan haal en in die korrekte hoeveelhede by 'n spesifieke vakkie in 'n uitsoeklyn aflewer. Elke vakkie kan 'n maksimum van 5 pallette van produkte bevat.

(a) 'n Leë uitsoeklyn

(b) 'n Uitsoeklyn wat gebou word

Figuur 6: Die bou van uitsoeklyne by die distribusiesentrum in Durban.

Wanneer al die items op 'n pallet klaar gebruik is, kan die volgende pallet eenvoudig aangeskuif word om produkte toeganklik vir die werkers te maak. Figuur 6(a) bevat 'n foto van 'n leë uitsoeklyn sonder enige pallette, terwyl Figuur 6(b) 'n uitsoeklyn toon wat besig is om gebou te word. Let op dat die verste vakkie 5 pallette vol produkte bevat, terwyl die voorste twee vakkies nog geen pallette bevat nie.

(a) 'n Uitsoeklyn waarin werkers besig is om bestellings op te maak

(b) 'n Werker besig om bestellings op te maak in 'n uitsoeklyn

Figuur 7: Operasionele uitsoeklyne by die distribusiesentrum in Durban.

Figuur 7(a) toon 'n uitsoeklyn waarin werkers besig is om bestellings uit te soek. Wanneer 'n werker se karton vol produkte gepak is, of wanneer 'n bestelling afgehandel is, word die karton op die voerband oorgeplaas.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

Indien die volle uitsoeklyn nie gebruik word nie, mag die hek deur die werkers gebruik word. Figuur 8 toon 'n oop en 'n toe hek in 'n uitsoeklyn.

Tans werk Pep met 8 werkers in 'n uitsoeklyn, maar dit mag wissel na gelang van die aantal werkers wat gedurende 'n werksdag beskikbaar is, of die uitleg van die uitsoeklyn. Werkers handel bestellings in serie af - elke werker handel een bestelling af voordat 'n volgende begin word. Elke werker het 'n stootwaentjie waarop kartonne gestapel kan word om die bestellingopmaakproses te vergemaklik.

(a) 'n Oop hek

(b) 'n Geslote hek

Figuur 8: Die hek in die uitsoeklyn in die distribusiesentrum in Durban.

'n Stem-geaktiveerde rekenaarstelsel word gebruik om instruksies aan die werkers oor te dra. Elke werker het oorfone waarmee die rekenaar stelsel instruksies kan uitdeel. Die werkers kan ook met die rekenaarstelsel kommunikeer deur middel van 'n mikrofoon. Die stelsel stuur die werkers na vakkies waarvan produkte in die regte hoeveelhede uitgehaal moet word, en in 'n karton geplaas moet word. Sodra 'n werker die produkte van 'n vakkie uitgehaal het, sal hy/sy die stelsel hiervan in kennis stel. Die stelsel sal die werker dan na 'n volgende vakkie stuur. Wanneer die werker 'n bestelling afgehandel het, of die karton vol is, word die karton op die vervoerband geplaas. Die werker moet dan 'n leë karton kry en die volgende stel vakkies besoek. Figuur 7(b) bevat 'n foto van 'n werker wat bestellings in 'n uitsoeklynopmaak.

(a) Die plakker wat op die kartonne op pallette geplak word sodra die goedere ontvang en gekontrolleer is

(b) Die plakker wat op die karton geplak word nadat die bestelling opgemaak is

Figuur 9: Die plakkers wat in die distribusiesentrum in Durban gebruik word.

'n Aantal houers word ewekansig geselekteer om gekontroleer te word. Elke item word uit elke karton verwyder en getel om seker te maak dat geen foute begaan is tydens die opmaak proses nie. Indien die korrekte produkte in die korrekte hoeveelhede gevind word, word die produkte weer in 'n karton gepak, verseël en na die versendingarea gestuur. As daar 'n probleem is met die bestelling, word die korrekte produkte opgespoor

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

en die bestelling word vervolgens reggestel. Werkers word beloon met aansporingsbonusse as die bestellings korrek opgemaak word. Werkers word ook beloon vir die spoed waarteen hulle bestellings opmaak.

Die kartonne met goedere wat na elke winkel gestuur moet word nadat die bestellings opgemaak is, ontvang nuwe plakkers wat die bestemming van elke karton aandui. Figuur 9(b) bevat ’n foto van so ’n plakker.

Die verseëlde kartonne wat by die versendingsarea aankom, word in groepe verdeel wat op ’n vragmotor gelaai word. Hierdie vragmotors werk op ’n vasgestelde skedule en lewer by al die winkels af.

Die distribusiesentrum is die koppeling tussen die verskaffers en die winkels. Die distribusiesentrum moet verseker dat die regte produkte vanaf die verskaffers afgelewer word en dat die produkte betyds aan die winkels voorsien word.

1 Agtergrond

Die proses om bestellings in ’n distribusiesentrum uit te soek en op te maak behels dat die korrekte hoeveelhede produkte uit bergingsplekke opgespoor en herverpak moet word om aan kleinhandelstakke gestuur te word [5]. In die distribusiesentrum wat hier beskou word, word bestellings uitgesoek en opgemaak met behulp van ’n uitsoeklyn. ’n Uitsoeklyn is ’n uitleg van verskillende voorraadeenhede (VE’s) op so ’n manier dat werkers maklik toegang tot verskeie VE’s kan kry.

Ongeveer 65% van die bedryfsuitgawes in ’n distribusiesentrum kan toegeskryf word aan die proses van bestellings opmaak [11]. Om bestellings op te maak is ’n arbeidsintensiewe proses in enige distribusiesentrum. Die verbetering van hierdie proses mag dus groot besparings in ’n distribusiesentrum te weeg bring [6].

In hierdie artikel word die proses van bestellings opmaak in ’n distribusiesentrum van Pep Stores Bpk (Pep) beskou. Die distribusiesentrum is geleë in Durban, Suid-Afrika. Pep is ’n kettingwinkelgroep met meer as 1 500 takke. Pep spesialiseer in klerasie, maar verkoop ook ander produkte, insluitend huistoebehore en selfone. Die produkte wat deur die onderskeie takke gedra word, word deur die distribusiesentrum uitgesoek en verpak. Die grootte van die produkte het ’n direkte impak op die stelsel wat Pep hiervoor gebruik.

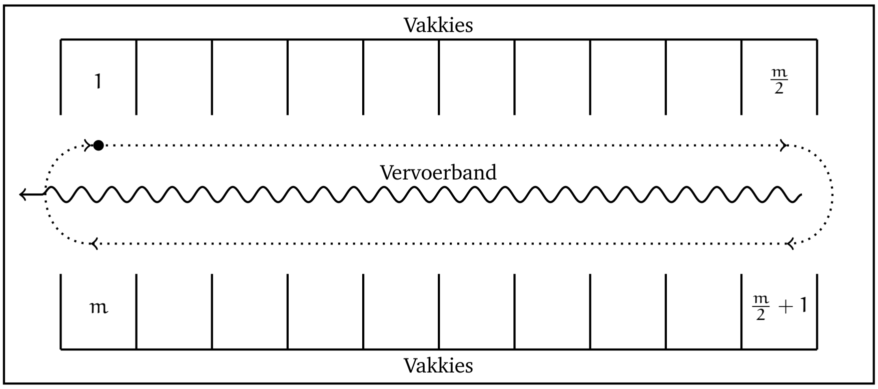
Die stelsel wat in die Pep-distribusiesentrum gebruik word, is gebaseer op die konsep van ’n *golf*. ’n Golf bestaan uit ’n versameling VE’s tesame met ’n versameling bestellings van takke wat hierdie VE’s benodig. Al die bestellings in ’n golf word in ’n enkele golf opgemaak. Al die VE’s in ’n golf word dus volledig ingepak en uitgestuur na alle betrokke takke gedurende ’n golf.

Stem-herkenning-rekenaarstelsel word gebruik om instruksies aan die werkers te gee wanneer VE’s vir ’n bestelling versamel word. Hierdie rekenaarstelsel stuur ’n werker na verskeie vakkies in ’n uitsoeklyn. Elke vakkie bevat ’n enkele VE. Sodra ’n werker al die VE’s vir ’n bestelling ingepak het, stuur die rekenaarstelsel die werker na die naaste vakkie/VE wat deur die volgende bestelling benodig word. Die rekenaarstelsel verseker dat ’n werker ’n bestelling volledig afhandel voordat ’n volgende bestelling begin word. Hierdie rekenaarstelsel verseker ook dat werkers alle bestellings sekwensieël afhandel.

’n Aantal beskikbare uitsoeklyne word elke werksdag geïdentifiseer waarop ’n nuwe groep VEs geplaas kan word. VE’s word gegroepeer en in golwe geskeduleer op die beskikbare uitsoeklyne. Sodra al die VE’s wat in die uitsoeklyne geplaas moet word bekend is, word elke VE in ’n vakkie geplaas. Sodra al die VE’s in ’n uitsoeklyn geplaas is, kan die bestellings opgemaak word.

Die beplanning van die uitsoeklyne kan verdeel word in drie besluite/probleme. Die eerste besluit is watter VE’s aan watter uitsoeklyntoegewys moet word. Die tweede besluit is in watter vakkies in die uitsoeklyn die VE’s geplaas moet word, en word die VE-plasings probleem (VPP) genoem. Die finale besluit is in watter volgorde bestellings opgemaak moet word in ’n uitsoeklyn, en staan bekend as die volgorde-van-bestellings-probleem

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za



Figuur 10: 'n Skematiese voorstelling van die fisiese uitleg van 'n uitsoeklyn met m vakkies.

(VBP). Die doel van al drie hierdie probleme is om al die bestellings in 'n uitsoeklyn in die kortste moontlike tyd af te handel.

Die oplossings vir hierdie drie probleme word opeenvolgend tydens die beplanning van die uitsoeklynbepaal. Eerstens moet besluit word watter VE's aan watter uitsoeklyntoegeken word, dan moet elke VE geplaas word in 'n vakkie binne daardie uitsoeklyn en laastens word die volgorde waarin die bestellings opgemaak word, bepaal.

Elke besluit berus dus op die inligting wat deur die voorafgaande probleem gegenereer word. Die VBP is byvoorbeeld afhanklik van die vakkies waarin die VE's geplaas is deur die VPP. Dus: om die probleem in 'n sekere vlak op te los, moet die oplossing van die voorafgaande vlak(ke) bekend wees. Die fokus van hierdie artikel is op die derde vlak, en ons neem aan dat die eerste twee probleme reeds opgelos is.

Die VBP wat hier beskou word, behels dus die bepaling van die volgorde waarin bestellings opgemaak moet word. Die einddoel is om die totale tyd te minimeer waarin al die bestellings afgehandel word.

2 Die VBP

Elke bestelling in die VBP bestaan uit 'n aantal verskillende VE's, tesame met die aantal van elke VE wat benodig word vir 'n gegewe tak van Pep. 'n Werker moet elke vakkie besoek wat 'n VE bevat wat in daardie bestelling voorkom. Die korrekte aantal VE's moet by elke vakkie uitgehaal en in 'n karton gepak word. 'n Werker mag 'n nuwe bestelling begin slegs as al die VE's van die huidige bestelling volledig ingepak is. Verskillende werkers kan gelyktydig (in parallel) verskillende bestellings opmaak, maar kan nie gelyktydig aan dieselfde bestelling werk nie. Werkers moet in 'n kloksgewyse rigting beweeg wanneer VE's op die uitsoeklyn versamel word. Figuur 10 bevat 'n skematiese voorstelling van 'n tipiese uitsoeklyn wat in die distribusiesentrum gebruik word. Elke VE word in 'n enkele vakkie geplaas en slegs VE's van dieselfde golf kan in dieselfde uitsoeklyngeberg word.

Die volgende aannames word gemaak om die probleem te modelleer vir die sisteem wat in Pep se distribusiesentrum gebruik word. Hierdie aannames is in samewerking met Pep se bestuur gemaak en is soortgelyk aan die aannames deur Matthews en Visagie [9].

1. 'n Werker moet 'n bestelling volledig afhandel voordat 'n volgende bestelling begin mag word.
2. Die tyd om 'n VE uit die vakkie te haal en in die karton te pak is konstant vir alle bestellings.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

3. Werkers loop teen 'n konstante spoed indien hulle nie besig is om VEs uit te haal en in te pak nie.
4. 'n Bestelling mag by enige vakkie begin - ongeag of die bestelling 'n VE benodig uit daardie vakkie of nie. Die bestelling word afgehandel by die laaste vakkie (in 'n kloksgewyse rigting) waar 'n VE vir daardie bestelling benodig word.
5. Die tyd om oor te skakel van een bestelling na 'n ander is onbeduidend.
6. 'n Werker mag nie die eerste VE van 'n nuwe bestelling uithaal by dieselfde vakkie as die laaste vakkie van die voorafgaande bestelling nie. As die volgende bestelling dieselfde VE benodig (as die laaste VE van die vorige bestelling) moet die werker óf beweeg na 'n ander vakkie wat 'n VE bevat vir daardie bestelling, óf 'n volledige siklus loop om weer iets uit daardie vakkie te haal. Hierdie aanname word gemaak volgens 'n bestuursbesluit van Pep om die akkuraatheid waarmee bestellings opgemaak word te verbeter.

Die VBP kan wiskundig gemodelleer word as 'n veralgemeende handelsreisigersprobleem, waar nodusse (wat al die beginpunte van elke bestelling voorstel) in groepe (volgens bestellings) verdeel is. 'n Kortste siklus word gesoek wat deur presies een node (beginpunt) in elke groep (bestelling) gaan. Hierdie veralgemeende handelsreisigersprobleem is 'n $\mathcal{NP}$-moeilike probleem [4].

Volgens aanname 2 is die tyd om 'n VE uit 'n vakkie te haal konstant. Die afstand afgelê om bestellings op te maak en die afstand afgelê om tussen bestellings te beweeg moet dus geminimeer word. Beide hierdie afstande word bepaal deur die beginpunte van opeenvolgende bestellings. Die totale stapafstand (en dus staptyd) van werkers word geminimeer deur die volgorde te verander waarin die bestellings uitgevoer word. Die doel is dus om die volgorde van al die bestellings te bepaal wat die aantal siklusse sal minimeer wat werkers in die uitsoeklyn aflê om al die bestellings op te maak.

Laat die getallepaar (i, ℓ) 'n bestelling ℓ voorstel wat by vakkie i begin. Die getallepaar (i, ℓ) stel dus 'n unieke manier voor om bestelling ℓ op te maak. Laat $\mathcal{N}$ die versameling van alle getallepare (i, ℓ) wees en $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \ldots, \mathcal{I}_m$ 'n volledige verdeling van die versameling $\mathcal{N}$ wees, sodanig dat $\mathcal{I}_\ell = \{(1, \ell), (2, \ell), \ldots, (m, \ell)\}$, gegewe dat daar m vakkies in die uitsoeklyn is.

In terme van die veralgemeende handelsreisigersprobleem, vorm alle getallepare (i, ℓ) van bestelling ℓ een groep. Elke getallepaar (i, ℓ) in bestelling ℓ se groep is verbind met 'n geweegde boog met elke ander getallepaar nie in bestelling ℓ se groep nie. Presies een getallepaar word uit elke groep gekies sodanig dat die kortste moontlike siklus deur al die groepe bepaal word.

Om die VBP te formuleer, word die volgende invoerdata benodig. Laat

$d_{k\ell}^{ij}$ — die afstand (as aantal vakkies) wees om by vakkie i te begin en bestelling k volledig in te pak en daarna na beginpunt j van bestelling ℓ te beweeg,
n — die aantal bestellings,
m — die aantal vakkies en
M — 'n groot konstante in die model wees.

Twee stelle veranderlikes word benodig om die model te formuleer. Laat

$x_{k\ell}^{ij}$ — gelyk aan 1 wees as bestelling k volledig ingepak word met vakkie i as die beginpunt en daar dan beweeg word na beginpunt j van bestelling ℓ, en 0 andersins; en
$d_{k\ell}$ — die afstand wees wat afgelê word as bestelling ℓ na bestelling k ingepak word.

Die model volg dan as:

$$\text{minimeer } \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{\ell=1}^{n} d_{k\ell} \tag{1}$$

$$\text{onderhewig aan } \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n} x_{k\ell}^{ij} = 1 \qquad \ell = 0,1,\ldots,n, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{\ell=1}^{n} x_{k\ell}^{ij} = 1 \qquad k = 0,1,\ldots,n, \tag{3}$$

$$x_{0\ell}^{0j} = 1 \qquad \begin{array}{l}\ell = 0,1,\ldots,n,\\ j = 1,2,\ldots,m,\end{array} \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} d_{k\ell}^{ij} x_{k\ell}^{ij} = d_{k\ell} \qquad \begin{array}{l}k = 0,1,\ldots,n,\\ \ell = 0,1,\ldots,n,\end{array} \tag{5}$$

$$u_k - u_\ell + n\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} x_{k\ell}^{ij} \leq n-1 \qquad \begin{array}{l}k \neq \ell,\\ k = 0,1,\ldots,n\\ \ell = 0,1,\ldots,n,\end{array} \tag{6}$$

$$x_{k\ell}^{ij} \in \{0,1\} \qquad \begin{array}{l}k = 0,1,\ldots,n,\\ \ell = 0,1,\ldots,n,\\ i = 1,2,\ldots,m,\\ j = 1,2,\ldots,m,\end{array} \tag{7}$$

$$u_k \geq 0 \qquad k = 0,1,\ldots,n. \tag{8}$$

Die doelfunksie in (1) minimeer die totale aantal siklusse afgelê om al die bestellings te voltooi. Die stel beperkings in (2) verseker dat elke bestelling 'n beginpunt het, terwyl die stel beperkings in (3) verseker dat elke bestelling 'n eindpunt het. Die stel beperkings in (4) verseker dat die werker aanvanklik begin by 'n vakkie 0 wat dien as 'n depot. Bestelling 0 is 'n fopbestelling wat slegs die depot moet besoek. Hiermee word verseker dat die eerste bestelling begin en die laaste bestelling eindig by die eerste vakkie van die uitsoeklyn. Die stel beperkings in (5) bereken die afstand afgelê tussen bestellings k en ℓ, as bestelling ℓ begin wanneer bestelling k volledig afgehandel is. Die stel beperkings in (6) verseker dat geen subtoere gevorm word nie. Hierdie formulering bevat $n(nm^2+m+1)$ veranderlikes (waarvan n^2m^2 binêre veranderlikes is) en $n(2n+m+2)$ beperkings. In 'n tipiese werlike geval is $n \approx 1\,200$ en $m \approx 56$, wat 'n totale aantal veranderlikes van ongeveer $4,5\times10^9$ en 'n totale aantal beperkings van ongeveer $2,9\times10^6$ beteken. Hierdie formulering is dus te groot om eksak op te los in 'n redelike tyd.

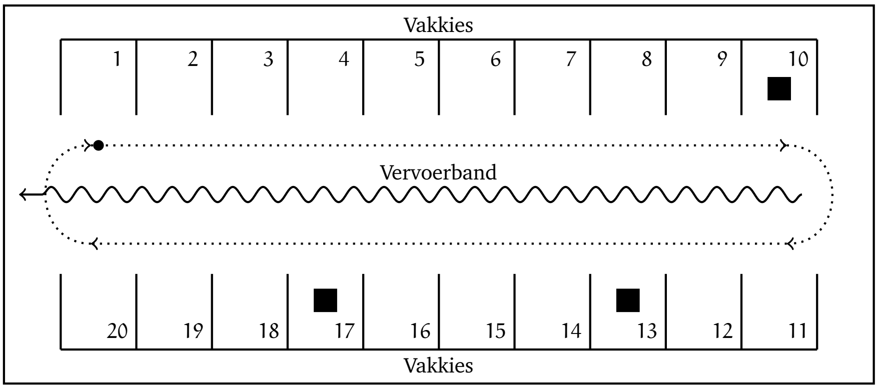
'n Alternatiewe formulering, om die ondergrens van hierdie probleem te bepaal, is eksak opgelos deur Matthews en Visagie [9]. Hierdie alternatiewe formulering lewer altyd 'n oplossing wat binne een siklus van 'n ondergrens van die probleem is. Vir 'n tipiese werklike probleem is die verwerkingstyd ongeveer 5 minute met behulp van 'n Intel(R) Core(TM)2 Duo-rekenaar met 'n 3 GHz sentrale verwerkingseenheid en 3.7 GB lees-en-skryf-geheue. In hierdie artikel word heuristiese metodes aangebied om die VBP in beduidend korter verwerkingstye op te los. Hierdie korter tye is nodig indien die probleme op al drie die vlakke opgelos moet word.

Om die heuristieke te verduidelik word 'n aantal definisies benodig.

Definisie 1 *Die* **span** *van 'n bestelling is, gegewe 'n beginpunt, die kleinste versameling vakkies waarby verby geloop moet word om 'n bestelling volledig af te handel.*

'n Span van 'n bestelling k wat by vakkie i begin, word voorgestel as $S_k^i = \langle i, e_k^i\rangle$, waar i die beginpunt en e_k^i die eindpunt van bestelling k is. Vanuit Definisie 1, het elke beginpunt vir 'n bestelling 'n unieke span (en dus eindpunt) wat daarmee geassosieer word.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za



Figuur 11: 'n Skematiese voorstelling van die uitleg van 'n uitsoeklyn wat 20 vakkies bevat. Die vierkante dui die VE's aan wat deur 'n bestelling k versoek word.

Definisie 2 *Die* **spanwydte** *is die aantal vakkies waarby verby geloop moet word om 'n bestelling volledig af te handel as 'n beginpunt van die bestelling gespesifiseer is.*

Hierdie definisie impliseer dat die spanwydte die aantal vakkies is waarby verbygeloop moet word om die bestelling op daardie span af te handel. Een beginpunt moet aan elke bestelling toegeken word uit al die moontlike vakkies binne 'n uitsoeklyn. Die spanwydte vir 'n bestelling k, wat op span S_k^i opgemaak word, word gegee deur

$$|S_k^i| = |\langle i, e_k^i \rangle| = \begin{cases} e_k^i - i & \text{as } i < e_k^i \\ m + e_k^i - i & \text{as } i \geq e_k^i, \end{cases}$$

waar m die aantal vakkies in die uitsoeklyn is, i die beginpunt van bestelling k en e_k^i die eindpunt van die span is.

'n Bestelling k kan ook voorgestel word as 'n versameling $\mathcal{O}_k$ van vakkies wat besoek moet word. Verder word die aantal vakkies wat 'n bestelling moet besoek, gegee deur $|\mathcal{O}_k|$. Beskou die voorbeeld van 'n bestelling k in Figuur 11. Bestelling k benodig VE's van vakkies 10, 13 en 17. As 'n werker wat tans by vakkie 5 is, toegewys word om bestelling k op te maak, sal die werker 'n totale afstand van $|S_k^5| = |\langle 5, 17 \rangle| = 12$ vakkies aflê en bestelling k volledig afhandel by vakkie 17. Aangesien slegs drie vakkies besoek moet word in bestelling k, is $|\mathcal{O}_k| = 3$.

As die werker egter tans by vakkie 18 is en toegewys word om bestelling k op te maak, sal 'n totale afstand van $|S_k^{18}| = |\langle 18, 17 \rangle| = 19$ vakkies afgelê word. Die werker sal bestelling k dan volledig by vakkie 17 afhandel.

Definisie 3 *Die* **voorkeurspanne** *van 'n bestelling is al die spanne van daardie bestelling wat by 'n vakkie begin waar 'n VE vir daardie bestelling benodig word.*

Die span S_k^i van bestelling k is 'n voorkeurspan as $i \in \mathcal{O}_k$. Vir die voorbeeld in Figuur 11 is S_k^{10}, S_k^{13} en S_k^{17} al die voorkeurspanne van bestelling k.

In die volgende afdelings word twee aanpassings van die klassieke toewysingsprobleem beskou om die VBP te modelleer en daarna word die beste algoritmes van elk van die variante met mekaar vergelyk.

3 'n Veralgemeende toewysingsprobleem (VTP)

Klassieke toewysingsprobleme ken 'n aantal bronne (aanbodpunte) aan bestemmings (aanvraagpunte) toe. Elke bron moet met 'n unieke bestemming verbind word. Elke moontlike bron-bestemming-kombinasie het 'n koste daarmee geassosieer. Die doel van 'n

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

toewysingsprobleem is om presies een bron met een bestemming te verbind om sodanig die totale koste van die toedeling te minimeer [3].

’n Toewysingsbenadering kan gebruik word om bestellings aan mekaar toe te wys om sodoende ’n minimum afstand tussen bestellings af te lê. Die toewysingsprobleem moet egter aangepas word sodat een van bestelling k se voorkeurspanne verbind word met een van bestelling ℓ se voorkeurspanne.

Omdat elke bestelling ’n verskillende versameling VE’s mag bevat, kan elke bestelling ’n verskillende aantal voorkeurspanne bevat. Gestel ’n uitsoeklyn bevat n bestellings en dat ’n maksimum van $Q+1$ moontlike voorkeurspanne vir elke bestelling in ag geneem word. Laat $x_{np+k,nq+\ell}$ gelyk aan 1 wees as bestelling k begin op sy p^{de} voorkeurspan en dan beweeg na die beginpunt van bestelling ℓ se q^{de} voorkeurspan, en 0 andersins. Laat $c_{np+k,nq+\ell}$ die afstand aandui om bestelling k op sy p^{de} beste voorkeurspan af te handel en dan te beweeg na die die beginpunt van bestelling ℓ se q^{de} beste voorkeurspan. Verder, laat $c_{np+k,nq+k} = M$ vir alle $k \in \{1, 2, \dots n\}$ en $p, q \in \{0, 1, \dots, Q\}$, waar M ’n groot positiewe getal is (relatief tot die werklike afstande van die probleem) en P die maksimum aantal voorkeurspanne is wat in ag geneem word. Deur $c_{np+k,nq+k}$ gelyk aan M te stel vir alle $k \in \{1, 2, \dots n\}$ en $p, q \in \{0, 1, \dots, Q\}$, word verseker dat bestelling k nooit agtereenvolgens opgemaak kan word nie. As ’n bestelling k ’n totaal van Q_k voorkeurspanne bevat sodanig dat $1 \leq Q_k < Q$, sal die inskrywings in die kostematriks $c_{np+k,nq+k}$ gelyk aan M gestel word vir alle $p, q \in \{Q_k, \dots, Q\}$, sodat bestelling k nooit op twee verskillende voorkeurspanne opgemaak kan word nie.

Die veralgemeende toewysingsprobleem kan dan geformuleer word as

$$\text{minimeer} \sum_{k=1}^{n} \sum_{\ell=1}^{n} \sum_{p=0}^{Q} \sum_{q=0}^{Q} c_{np+k,nq+\ell} \cdot x_{np+k,nq+\ell} \tag{9}$$

onderhewig aan

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{p=0}^{Q} \sum_{q=0}^{Q} x_{np+k,nq+\ell} = 1 \qquad \ell = 1, 2, \dots, n, \tag{10}$$

$$\sum_{\ell=1}^{n} \sum_{p=0}^{Q} \sum_{q=0}^{Q} x_{np+k,nq+\ell} = 1 \qquad k = 1, 2, \dots, n, \tag{11}$$

$$\sum_{\ell=1}^{n} \sum_{q=0}^{Q} x_{np+k,nq+\ell} = \sum_{\ell=1}^{n} \sum_{q=0}^{Q} x_{nq+\ell,np+k} \qquad \begin{array}{l} k = 1, 2, \dots, n, \\ p = 0, 1, \dots, Q, \end{array} \tag{12}$$

$$x_{np+k,nq+\ell} \in \{0, 1\} \qquad \begin{array}{l} k = 1, 2, \dots, n, \\ \ell = 1, 2, \dots, n, \\ p = 0, 1, \dots, Q, \\ q = 0, 1, \dots, Q. \end{array} \tag{13}$$

Die doelfunksie in (9) minimeer die totale afstand van al die toewysings. Die stel beperkings (10) verseker dat elke bestelling eenmalig toegewys word aan ’n daaropvolgende bestelling. Die stel beperkings in (11) verseker dat elke bestelling eenmalig aan ’n voorafgaande bestelling toegewys word. Die stel beperkings in (12) verseker dat as ’n bestelling toegewys word aan bestelling ℓ se q^{de} span, bestelling ℓ se beginpunt wel begin by sy q^{de} voorkeurspan. Dit verseker ook dat wanneer ’n subtoer gevorm word, die begin en die einde van die subtoer verbind word.

Hierdie probleem bevat n^2Q^2 veranderlikes en $2n+nQ$ beperkings. Weens die grootte van die probleem en die hoeveelheid invoerdata benodig vir werklike datastelle, kan hierdie probleem nie opgelos word met kommersiële rekenaarstelsels soos LINGO 11 [8] nie. LINGO 11 is nie in staat om die grootte van die kostematriks vir ’n tipiese probleem van $n \approx 1\,200$ te hanteer nie, selfs wanneer slegs die minimum span ($Q = 0$) van elke bestelling in ag geneem word.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} \qquad q=0 \qquad & \qquad q=1 \qquad & \qquad q=2 \qquad & \qquad q=3 \qquad \end{array} \\
\begin{array}{c} p=0 \\[3em] p=1 \\[3em] p=2 \\[3em] p=3 \end{array} &
\left[\begin{array}{cccc}
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{1,1}&c_{1,2}&c_{1,3}\\ c_{2,1}&c_{2,2}&c_{2,3}\\ c_{3,1}&c_{3,2}&c_{3,3}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{1,4}&c_{1,5}&c_{1,6}\\ c_{2,4}&c_{2,5}&c_{2,6}\\ c_{3,4}&c_{3,5}&c_{3,6}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{1,7}&c_{1,8}&c_{1,9}\\ c_{2,7}&c_{2,8}&c_{2,9}\\ c_{3,7}&c_{3,8}&c_{3,9}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{1,10}&c_{1,11}&c_{1,12}\\ c_{2,10}&c_{2,11}&c_{2,12}\\ c_{3,10}&c_{3,11}&c_{3,12}\end{bmatrix}\end{array} \\
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{4,1}&c_{4,2}&c_{4,3}\\ c_{5,1}&c_{5,2}&c_{5,3}\\ c_{6,1}&c_{6,2}&c_{6,3}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{4,4}&c_{4,5}&c_{4,6}\\ c_{5,4}&c_{5,5}&c_{5,6}\\ c_{6,4}&c_{6,5}&c_{6,6}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{4,7}&c_{4,8}&c_{4,9}\\ c_{5,7}&c_{5,8}&c_{5,9}\\ c_{6,7}&c_{6,8}&c_{6,9}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{4,10}&c_{4,11}&c_{4,12}\\ c_{5,10}&c_{5,11}&c_{5,12}\\ c_{6,10}&c_{6,11}&c_{6,12}\end{bmatrix}\end{array} \\
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{7,1}&c_{7,2}&c_{7,3}\\ c_{8,1}&c_{8,2}&c_{8,3}\\ c_{9,1}&c_{9,2}&c_{9,3}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{7,4}&c_{7,5}&c_{7,6}\\ c_{8,4}&c_{8,5}&c_{8,6}\\ c_{9,4}&c_{9,5}&c_{9,6}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{7,7}&c_{7,8}&c_{7,9}\\ c_{8,7}&c_{8,8}&c_{8,9}\\ c_{9,7}&c_{9,8}&c_{9,9}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{7,10}&c_{7,11}&c_{7,12}\\ c_{8,10}&c_{8,11}&c_{8,12}\\ c_{9,10}&c_{9,11}&c_{9,12}\end{bmatrix}\end{array} \\
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{10,1}&c_{10,2}&c_{10,3}\\ c_{11,1}&c_{11,2}&c_{11,3}\\ c_{12,1}&c_{12,2}&c_{12,3}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{10,4}&c_{10,5}&c_{10,6}\\ c_{11,4}&c_{11,5}&c_{11,6}\\ c_{12,4}&c_{12,5}&c_{12,6}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{10,7}&c_{10,8}&c_{10,9}\\ c_{11,7}&c_{11,8}&c_{11,9}\\ c_{12,7}&c_{12,8}&c_{12,9}\end{bmatrix}\end{array} &
\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\ell=1&\ell=2&\ell=3\end{array} \\ \begin{array}{c}k=1\\k=2\\k=3\end{array} & \begin{bmatrix} c_{10,10}&c_{10,11}&c_{10,12}\\ c_{11,10}&c_{11,11}&c_{11,12}\\ c_{12,10}&c_{12,11}&c_{12,12}\end{bmatrix}\end{array}
\end{array}\right]
\end{array}$$

Figuur 12: Die kostematriks wat gebruik word om die VBP op te los met die VTP vir die geval waar $n = 3$ en $Q = 3$.

Figuur 12 stel die kostematriks voor wat gebruik word om die VTP op te los vir 'n probleem met drie bestellings ($n = 3$) en vier voorkeurspanne ($Q = 3$). Die stel beperkings in (10) verseker dat slegs een element gekies mag word in elke ry $k = 1$, $k = 2$ en $k = 3$. Elke bestelling kan net op een van die drie voorkeurspanne begin. Soortgelyk verseker die stel beperkings in (11) dat slegs een element gekies word in elke kolom $\ell = 1$, $\ell = 2$ en $\ell = 3$. Elke bestelling kan slegs deur 'n enkele bestelling voorafgegaan word. Gestel $c_{1,5}$ word gekies (aangedui in rooi in Figuur 12). Dit beteken bestelling 1 word op sy eerste voorkeurspan ingepak en dan word beweeg na die beginpunt van bestelling 2 se tweede voorkeurspan. Die stel beperkings in (11) sal verseker dat bestelling 2 wel op sy tweede kortste voorkeurspan begin (met ander woorde, een $c_{5,\alpha}$ sal gekies word vir 'n enkele waarde van α waar $\alpha \in \{1, 2, \ldots 9\}$ aangedui as die blou elemente in Figuur 12).

Weens die grootte van die probleem moet heuristiese benaderings gebruik word om die VTP op te los. 'n Aantal gulsige heuristieke vir die klassieke toewysingsprobleem is aangepas om die veralgemeende toewysingsprobleem op te los, en word in die volgende afdeling uiteengesit.

3.1 Heuristiese metodes om die VTP op te los

Ses variasies van 'n gulsige heuristiek is ontwikkel en ondersoek. Hierdie ses variasies is voorgestel in 'n ongepubliseerde verslag deur Van Dieman [14]. Dit kan geïmplementeer word vir die klassieke toewysingsprobleem en word hier aangepas vir die VTP. Vir die eerste drie variasies word die rye van die kostematriks geëvalueer vir 'n minimum inskrywing in onderskeidelik 'n bo-na-onder wyse (*Gulsig RBO*), onder-na-bo wyse (*Gulsig ROB*) en 'n ewekansige wyse (*Gulsig RE*).

Algoritme 1 toon die pseudokode van die Gulsige RBO-algoritme. Die kostematriks word geëvalueer deur die beste oplossings in die rye te soek van bo na onder.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

Algoritme 1 RBO

Data: 'n $n \times n$ kostematriks C.
Resultaat: 'n Laekoste-toewysing.
Laat $\mathcal{A} = \emptyset$;
$i \leftarrow 1$;
terwyl $|\mathcal{A}| \neq n$ *en* $C \neq \mathbf{0}$ **doen**
  Vind minimum c_{ij} vir $j = 1, \dots, n$;
  $\mathcal{A} \leftarrow \mathcal{A} \cup c_{ij}$;
  Verwyder kolom j;
  $i \leftarrow i + 1$;
terwyl
$z = \sum_{c_{ij} \in \mathcal{A}} c_{ij}$;

Algoritme 2 ROB

Data: 'n $n \times n$ kostematriks C.
Resultaat: 'n Laekoste-toewysing.
Laat $\mathcal{A} = \emptyset$;
$i \leftarrow n$;
terwyl $|\mathcal{A}| \neq n$ *en* $C \neq \mathbf{0}$ **doen**
  Vind minimum c_{ij} vir $j = 1, \dots, n$;
  $\mathcal{A} \leftarrow \mathcal{A} \cup c_{ij}$;
  Verwyder kolom j;
  $i \leftarrow i - 1$;
terwyl
$z = \sum_{c_{ij} \in \mathcal{A}} c_{ij}$;

Soortgelyk aan die Gulsige RBO, beskou die Gulsige ROB die rye, maar die rye word in 'n onder-na-bo modus benader. Die pseudokode vir die Gulsige ROB verskyn in Algoritme 2.

Die Gulsige RE beskou die rye van die kostematriks in 'n ewekansige volgorde en word geïmplementeer volgens Algoritme 5.

In die laaste drie variasies word die kolomme van die kostematriks geëvalueer vir 'n minimum inskrywing in onderskeidelik 'n links-na-regs wyse (*Gulsig KLR*), regs-na-links wyse (*Gulsig KRL*) en 'n ewekansige wyse (*Gulsig KE*).

Algoritme 3 toon die pseudokode van die Gulsige KLR-algoritme. Die kostematriks word geëvalueer deur die beste oplossings in die kolomme te soek van links na regs.

Algoritme 3 KLR

Data: 'n $n \times n$ kostematriks C.
Resultaat: 'n Laekoste-toewysing.
Laat $\mathcal{A} = \emptyset$;
$j \leftarrow 1$;
terwyl $|\mathcal{A}| \neq n$ *en* $C \neq \mathbf{0}$ **doen**
  Vind minimum c_{ij} vir $i = 1, \dots, n$;
  $\mathcal{A} \leftarrow \mathcal{A} \cup c_{ij}$;
  Verwyder ry i;
  $j \leftarrow j + 1$
terwyl
$z = \sum_{c_{ij} \in \mathcal{A}} c_{ij}$

Algoritme 4 KRL

Data: 'n $n \times n$ kostematriks C.
Resultaat: 'n Laekoste-toewysing.
Laat $\mathcal{A} = \emptyset$;
$j \leftarrow n$;
terwyl $|\mathcal{A}| \neq n$ *en* $C \neq \mathbf{0}$ **doen**
  Vind minimum c_{ij} vir $i = 1, \dots, n$;
  $\mathcal{A} \leftarrow \mathcal{A} \cup c_{ij}$;
  Verwyder ry i;
  $j \leftarrow j - 1$
terwyl
$z = \sum_{c_{ij} \in \mathcal{A}} c_{ij}$

Soortgelyk aan die Gulsige KLR, beskou die Gulsige KRL die rye van die kostematriks. Die rye word egter van regs na links ondersoek. Die pseudokode vir die Gulsige KRL verskyn in Algoritme 4.

Die Gulsige RE evalueer die rye van die kostematriks in 'n ewekansige volgorde en word geïmplementeer volgens Algoritme 5, terwyl die Gulsige KE die kolomme evalueer soos in Algoritme 6.

Algoritme 5 RE

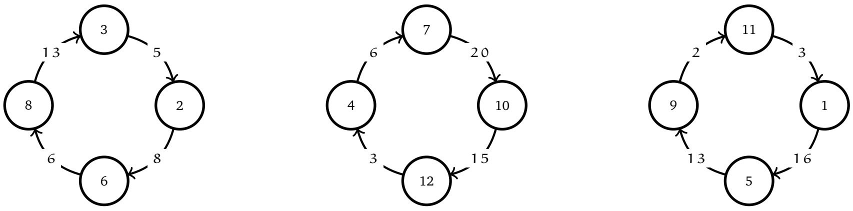
Data: 'n $n \times n$ kostematriks C.
Resultaat: 'n Lae koste toewysing.
Laat $\mathcal{A} = \emptyset$;
$i \leftarrow 0$;
terwyl $|\mathcal{A}| \neq n$ *en* $C \neq \mathbf{0}$ **doen**
  Vind minimum c_{ij} vir $i \in W$ en $j = 1, \dots, n$;
  $\mathcal{A} \leftarrow \mathcal{A} \cup c_{ij}$;
  Verwyder kolom j;
  $W \leftarrow W \setminus \{i\}$;
terwyl
$z = \sum_{c_{ij} \in \mathcal{A}} c_{ij}$;

Algoritme 6 KE

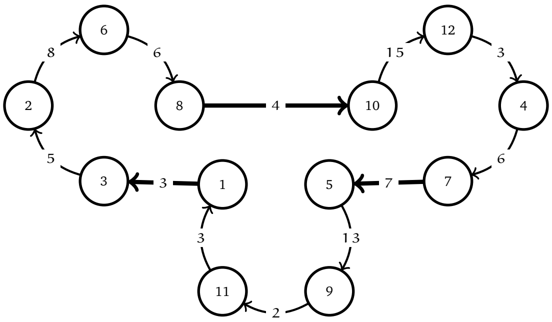
Data: 'n $n \times n$ kostematriks C.
Resultaat: 'n Lae koste toewysing.
Laat $\mathcal{A} = \emptyset$;
$j \leftarrow 0$;
terwyl $|\mathcal{A}| \neq n$ *en* $C \neq \mathbf{0}$ **doen**
  Vind minimum c_{ij} vir $j \in W$ en $i = 1, \dots, n$;
  $\mathcal{A} \leftarrow \mathcal{A} \cup c_{ij}$;
  Verwyder ry i;
  $W \leftarrow W \setminus \{j\}$
terwyl
$z = \sum_{c_{ij} \in \mathcal{A}} c_{ij}$

In die volgende afdeling word die implementering van hierdie heuristieke beskryf, gevolg deur die ooreenstemmende resultate.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za



Figuur 13: 'n Voorbeeld van drie subtoere wat verbind moet word waar elke subtoer vier bestellings bevat.



Figuur 14: Die wyse waarop die drie subtoere in Figuur 13 verbind kan word om 'n enkele siklus te lewer.

3.2 Implementering van die VTP

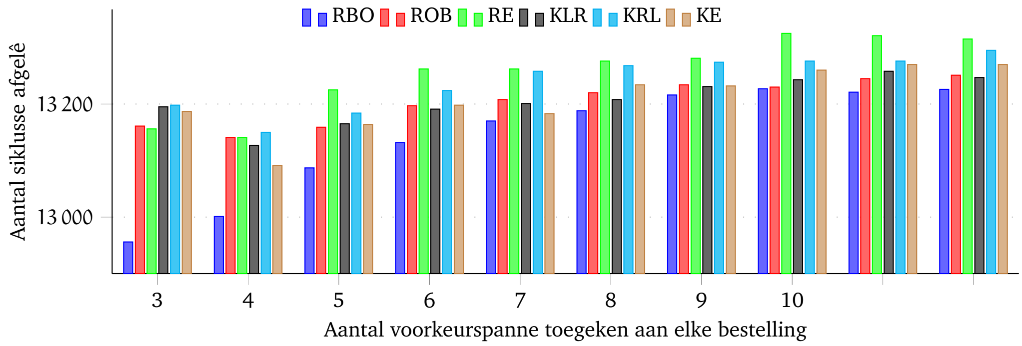
Wanneer die heuristiese metodes gebruik word om die VTP op te los, mag subtoere ontstaan. In die geval waar subtoere ontstaan, kan 'n klassieke toewysingsprobleem gebruik word om 'n beginpunt van een subtoer met 'n eindpunt van 'n ander subtoer te verbind. Omdat elke subtoer 'n siklus vorm, moet 'n boog verwyder word wat die begin- en eindpunt van twee bestellings verbind. Hierdie boog word gekies as die boog met die langste afstand om enige twee bestellings te verbind, met ander woorde die langste afstand tussen die eindpunt van een bestelling en die beginpunt van die bestelling wat daarop volg. Beskou 'n voorbeeld in Figuur 13 waar drie subtoere bestaan, elke subtoer bevat vier bestellings.

In die eerste subtoer is die langste boog tussen bestelling 8 en 3. Hierdie boog word dus verwyder, wat bestelling 3 se beginpunt die beginpunt van die subtoer maak en bestelling 8 se eindpunt die eindpunt van die subtoer. Hierdie proses word geïmplementeer vir elke subtoer. Wanneer 'n subtoer meer as een langste boog bevat, mag enigeen lukraak verwyder word. Die klassieke toewysingsprobleem kan dus herhaaldelik gebruik word in 'n poging om die subtoere te verbind. Omdat subtoere nie aan hulself verbind kan word nie, sal die proses binne die bestek van 'n eindige aantal iterasies stop. Indien die kostematriks om die subtoere in Figuur 13 te verbind

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} M & 4 & 16 \\ 10 & M & 7 \\ 3 & 5 & M \end{bmatrix}$$

is, sal die optimale oplossing wees om subtoer 1 aan subtoer 2 te verbind, subtoer 2 aan subtoer 3 en subtoer 3 aan subtoer 1. Die resultaat is 'n enkele toer. Figuur 14 toon die finale siklus met al die subtoere.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za



Figuur 15: 'n Kolomgrafiek wat die kumulatiewe aantal siklusse aandui vir al 22 datastelle vir elke gulsige algoritme.

3.3 Resultate van die VTP heuristieke

Al die gulsige toewysingsheuristieke is getoets op 22 verteeenwoordigende, werklike datastelle wat deur Pep verskaf is. Al die oplossingsmetodes is getoets met verskillende hoeveelhede voorkeurspanne vir elke bestelling. Figuur 15 toon die totale aantal siklusse, vir die 22 datastelle, afgelê vir die VTP wanneer 'n maksimum van die 10 beste voorkeurspanne in elke bestelling gebruik word. Die beste resultate vir die Gulsige RBO, Gulsige ROB, Gulsige RE, Gulsige KLR, Gulsige KRL en Gulsige KE word gevind vir die geval waar slegs twee voorkeurspanne aan elke bestelling toegewys word. Die Gulsige RBO-heuristiek lewer oor die algemeen die beste resultate.

Die resultate vir elke individuele datastel as twee voorkeurspanne aan elke bestelling toegewys word, word in Tabel 1 vertoon. Al ses die gulsige algoritmes wat gebruik word om die VTP op te los, lewer hul beste gemiddelde oplossingsgehalte wanneer slegs twee voorkeurspanne aan elke bestelling toegewys word.

Alle verwerkings is gedoen met 'n Intel(R) Core(TM)2 Duo-rekenaar met 'n 3 GHz sentrale verwerkingseenheid en 3.7 GB lees-en-skryf-geheue op 'n LINUX UBUNTU 9.10 [13] platform en JAVA [12] as programmeringstaal. Die oplossingstye is soortgelyk vir al die heuristiese algoritmes wat beskou is. Dit neem ongeveer tussen 300 en 400 sekondes om 'n oplossing te genereer vir groot datastelle (datastelle A - J), ongeveer 100 sekondes vir die medium datastelle (datastelle K - Q) en minder as 20 millisekondes vir die klein datastelle (datastelle R - V). Die ewekansige algoritmes (Gulsige RE en Gulsige KE) neem effens langer om 'n datastel op te los.

4 Voorkeurspanne volgens voorkeurverhoudings

Twee algoritmes is ontwikkel om die aantal moontlike voorkeurspanne vir elke bestelling te bepaal. Die voorkeurspanne word geïndentifiseer wat moontlik die oplossingskwaliteit kan benadeel vir moontlike verwydering uit die lys van voorkeurspanne.

'n Prosedure wys 'n gekose aantal moontlike voorkeurspanne aan elke bestelling toe. Slegs die kortste moontlike voorkeurspanne word toegewys aan elke bestelling. 'n Enkele voorkeurspan word dan uit hierdie groep gekies vir elke bestelling. Aanvanklik word die maksimum aantal voorkeurspanne, $Q + 1$ bepaal. Elke bestelling ontvang 'n enkele voorkeurspan uit die $Q + 1$ voorkeurspanne.

Die aantal voorkeurspanne wat oorweeg word vir elke bestelling moet die minimum wees van die maksimum aantal moontlike voorkeurspanne wat in ag geneem word ($Q + 1$), of die totale aantal vakkies wat 'n bestelling moet besoek ($|\mathcal{O}_k|$ vir 'n bestelling k). Laat u_k die aantal voorkeurspanne wees wat in ag geneem word vir 'n bestelling k

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

Datastel	Grootte (B, L)	Ondergrens	RBO	ROB	RE	KLR	KRL	KE	Pep
A	(1262,49)	1232	1243	1237	1241	**1235**	1237	1240	1301
B	(1264,54)	1226	**1257**	1269	1266	1263	1271	1270	1255
C	(1265,51)	1161	1231	1222	1228	1209	**1208**	1209	1254
D	(1263,56)	1072	1218	1211	1205	1202	1201	**1197**	1224
E	(1264,51)	1069	1176	1175	1184	1176	1176	**1173**	1234
F	(1258,55)	1025	**1164**	1191	1189	1180	1186	1183	1177
G	(1258,53)	1005	1153	1182	1186	1157	**1147**	1157	1222
H	(1244,54)	992	**1114**	1119	**1114**	1128	1132	1121	1242
I	(1260,56)	955	**1094**	1099	1116	1096	1113	**1094**	1227
J	(1264,56)	947	**1041**	1091	1075	1049	1060	1050	1202
K	(943,63)	259	325	**304**	312	337	348	334	640
L	(846,56)	232	**265**	278	268	284	276	278	615
M	(728,51)	152	**200**	214	218	211	213	217	457
N	(733,55)	125	**154**	152	160	182	185	170	461
O	(396,63)	90	148	**131**	132	137	135	132	224
P	(574,48)	80	**102**	113	111	112	112	113	324
Q	(242,64)	45	**55**	66	62	89	68	70	142
R	(158,55)	14	**19**	33	23	23	24	27	82
S	(89,42)	9	14	15	**11**	15	16	15	40
T	(82,51)	8	**9**	15	16	17	15	15	36
U	(90,48)	7	**11**	14	14	14	16	13	40
V	(80,56)	6	**8**	10	10	11	11	13	38
Totaal		11711	13001	13141	13141	13127	13150	13091	15437

Tabel 1: Die aantal siklusse afgelê wanneer twee voorkeurspanne aan elke bestelling toegeken word. Die vetgedrukte syfer dui die beste oplossing vir daardie datastel aan.

($u_k = \min\{Q+1, |\mathcal{O}_k|\}$). Laat $\mathcal{S}_k = \{q_k^1, q_k^2, \ldots, q_k^s, \ldots, q_k^{u_k}\}$ die versameling wees van die lengtes van die voorkeurspanne van bestelling k, gelys in toenemende volgorde in terme van afstand afgelê. Dus is q_k^s die lengte van die s^{de} beste voorkeurspan van bestelling k.

Intervalle word gespesifiseer om die aantal voorkeurspanne te bepaal wat aan elke bestelling toegedeel word. Die aantal voorkeurspanne wat aan elke bestelling k toegewys word, is gebaseer op 'n verhouding, $r_k = q_k^1/q_k^{u_k}$. Skep ewe groot *toetsintervalle* $\{t_1, t_2, \ldots, t_Q\}$, sodat $t_1 > t_2 > \cdots > t_Q$, waar elke $t_k \in \{0, 1\}$, en $k = 1, 2, \ldots, n$. As $r_k > t_1$, word $Q + 1$ moontlike voorkeurspanne aan elke bestelling k toegewys. As $t_{p+1} < r_k \leq t_p$ vir bestelling k, word 'n totaal van $Q + 1 - p$ moontlike voorkeurspanne aan bestelling k toegewys. As $r_k < t_Q$ word slegs die minimum span aan bestelling k toegewys. Laat $\mathcal{Q}_k$ die versameling voorkeurspanne wees wat aan bestelling k toegewys is.

As 'n bestelling 'n groot verhouding het ($r_k \approx 1$), beteken dit dat die aantal vakkies wat gestap moet word nie aansienlik verskil tussen die beste en swakste voorkeurspan nie. 'n Klein koste (in terme van aantal vakkies gestap) word aangegaan wanneer die minimum span nie gekies word nie. Wanneer 'n bestelling egter 'n klein verhouding het ($r_k \approx 0$), moet meer vakkies gestap word om die bestelling op te maak wanneer die minimum span nie gekies word nie. In hierdie geval word minder voorkeurspanne aan 'n bestelling toegeken.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

Algoritme 7 Pseudo-kode vir Voorkeurverhoudingsheuristiek (VKH$_1$)

Data: Die maksimum aantal spanwydtes Q, asook 'n toetsinterval $\{t_1, t_2, \ldots, t_Q\}$.
Resultaat: 'n Geordernde lys waarin die bestellings ingepak moet word.
Laat $\mathcal{B} = \emptyset$ en $|\mathcal{B}| = 0$;
$i \leftarrow 1$;
Bereken die geordernde versameling $\mathcal{S}_k$ vir alle $k = 1, 2, \ldots, n$;
Bereken r_k vir alle $k = 1, 2, \ldots, n$;
Konstrueer die versameling $\mathcal{Q}_k$ wat aan bestelling k toegewys word vir alle $k = 1, 2, \ldots, n$;
Bereken die verhouding L_k vir alle $k = 1, 2, \ldots, n$;
Skep 'n geordende voorkeurlys $\mathcal{V}_1$ vir die bestellings, waar elke bestelling k 'n rang ontvang na gelang van die verhouding die waarde van L_k vir alle $k = 1, 2, \ldots, n$, waar hoër waardes 'n hoër rang ontvang;
terwyl $|\mathcal{B}| \neq n$ **doen**
    terwyl *'n bestelling nog nie gevind is nie* **doen**
        Vind die eerste voorkeurspan $p_k \in \mathcal{Q}_k$ vir $k \in \mathcal{V}_1$ wat by vakkie i begin;
        as *geen bestelling gevind is nie* **dan**
            $i \leftarrow i + 1 \pmod m$;
        eindig
        $\mathcal{V}_1 \leftarrow \mathcal{V}_1 \setminus \mathcal{Q}_k$;
    terwyl
    $\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B} \cup p_k$;
    $i \leftarrow$ eindpunt van $Q_k + 1$;
terwyl

Wanneer die aantal voorkeurspanne aan die bestellings toegewys is, word elke voorkeurspan ingedeel volgens een van twee kriteria. Volgens die eerste kriterium, word elke bestelling ingedeel volgens die verhouding $L_k = Q + 1 - u_k + r_k$ vir $k = 1, 2, \ldots, n$. 'n *Voorkeurlys* word geskep waar elke geselekteerde voorkeurspan van elke bestelling gelys word. Die voorkeurlys word dan gelys in afnemende volgorde. As 'n bestelling k hoër ingedeel word as 'n bestelling ℓ (*i.e.* $L_k > L_\ell$), sal al u_k voorkeurspanne van bestelling k hoër ingedeel word as die u_ℓ voorkeurspanne van bestelling ℓ. Algoritme 7 gee die pseudo-kode van die voorkeurverhoudingsheuristiek (VKH$_1$), wat op hierdie logika gebaseer is.

Algoritme 8 Pseudo-kode vir Voorkeurverhoudingsheuristiek (VKH$_2$)

Data: Die maksimum aantal spanwydtes Q, asook 'n toetsinterval $\{t_1, t_2, \ldots, t_Q\}$.
Resultaat: 'n Geordernde lys waarin die bestellings ingepak moet word.
Laat $\mathcal{B} = \emptyset$ en $|\mathcal{B}| = 0$;
$i \leftarrow 1$;
Bereken die geordernde versameling $\mathcal{S}_k$ vir alle $k = 1, 2, \ldots, n$;
Bereken r_k vir alle $k = 1, 2, \ldots, n$;
Konstrueer die versameling $\mathcal{Q}_k$ wat aan bestelling k toegeken word vir alle $k = 1, 2, \ldots, n$;
Bereken die verhouding N_k^p vir alle $p \in \mathcal{Q}_k$ en $k = 1, 2, \ldots, n$;
Skep 'n geordende voorkeurlys $\mathcal{V}_2$ vir die bestellings, waar elke bestelling k 'n rang ontvang na gelang van die verhouding die waarde van N_k^p vir alle $p \in \mathcal{Q}_k$ en $k = 1, 2, \ldots, n$, waar laer waardes 'n hoër rang ontvang;
terwyl $|\mathcal{B}| \neq n$ **doen**
    terwyl *'n bestelling nog nie gevind is nie* **doen**
        Vind die eerste voorkeurspan $p_k \in \mathcal{V}_2$ wat by vakkie i begin;
        as *geen bestelling gevind is nie* **dan**
            $i \leftarrow i + 1 \pmod m$;
        eindig
        $\mathcal{V}_2 \leftarrow \mathcal{V}_2 \setminus \mathcal{Q}_k$;
    terwyl
    $\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B} \cup p_k$;
    $i \leftarrow$ eindpunt van $Q_k + 1$;
terwyl

Volgens die tweede kriterium, kry elke voorkeurspan wat aan 'n bestelling toegeken is 'n unieke voorkeur. Die voorkeur van die p^{de} beste voorkeurspan van bestelling k word bereken deur $N_k^p = u_k + \frac{q_k^p}{m}$ vir $k = 1, 2, \ldots, n$ en $p = 0, 1, \ldots, u_k$. Hierdie voorkeurlys word ingedeel in toenemende volgorde. In hierdie situasie sal bestellings wat yl verspreide vakkies moet besoek meer voorkeurspanne ontvang. Bestellings wat 'n digte groepering van vakkies op 'n sekere deel van die uitsoeklyn moet besoek, sal minder voorkeurspanne

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

Data set	Grootte (B, L)	Gulsige RBO	VKH_1	VKH_2	Pep
A	(1262,49)	1243	**1233**	**1233**	1301
B	(1264,54)	1257	**1226**	**1226**	1255
C	(1265,51)	1231	1181	**1177**	1254
D	(1263,56)	1218	1164	**1121**	1224
E	(1264,51)	1176	1138	**1121**	1234
F	(1258,55)	1164	1099	**1065**	1177
G	(1258,53)	1153	1085	**1065**	1222
H	(1244,54)	1114	1060	**1041**	1242
I	(1260,56)	1094	1041	**1021**	1227
J	(1264,56)	1041	1022	**995**	1202
K	(943,63)	325	284	**278**	640
L	(846,56)	265	**244**	**244**	615
M	(728,51)	200	**180**	191	457
N	(733,55)	154	139	**137**	461
O	(396,63)	148	**109**	**109**	224
P	(574,48)	102	**95**	**95**	324
Q	(242,64)	55	54	**51**	142
R	(158,55)	19	**16**	**16**	82
S	(89,42)	14	**10**	11	40
T	(82,51)	**9**	10	11	36
U	(90,48)	11	**8**	**8**	40
V	(80,56)	8	**7**	**7**	38
Totaal		13001	12405	12223	15437

Tabel 2: Die aantal siklusse wat afgelê word vir die twee voorkeurkriteria.

ontvang.

Sodra die voorkeurlys saamgestel is, kan die volgorde bepaal word waarin die bestellings ingepak moet word. Die voorkeurlys word ondersoek van bo na onder totdat 'n voorkeurspan gevind word wat by die huidige vakkie begin. As so 'n voorkeurspan bestaan, word hierdie voorkeurspan gekies om hierdie bestelling op te maak. Die huidige vakkie word dan die vakkie ná die eindpunt van die voorkeurspan wat pas gekies is. In die geval waar geen voorkeurspanne gevind kan word wat by die huidige vakkie begin nie, word die huidige vakkie met 1 geïnkrimenteer totdat 'n voorkeurspan gevind kan word. Op hierdie manier word alle bestellings in 'n lys geplaas wat die volgorde aandui waarin hulle afgehandel moet word. Algoritme 8 gee die pseudo-kode van die voorkeurverhoudingsheuristiek (VKH_2) wat op bostaande logika gebaseer is.

Tabel 2 bevat die beste resultate wat verkry is met behulp van Algoritmes 7 en 8. Die minimum aantal siklusse wat afgelê word, word met vet gedrukte syfers aangedui. Inskrywings in die voorkeurlys word sistematies deursoek om die beste lys te bepaal.

Resultate in Tabel 2 dui daarop dat metode VKH_2 11 uit 22 keer beter vaar as metode VKH_1. Metode VKH_1 lewer slegs vir 3 datastelle beter resultate as metode VKH_2. Die voorkeurverhoudingsheuristieke word ook vergelyk met die beste Gulsige heuristiek vir elke datastel.

Om die robuustheid van die verskillende metodes te toets, word die oplossings verskaf wanneer die lengte van die voorkeurlys beperk word tot vooraf bepaalde groottes. Tabel 3 bevat die 5 beste voorkeurlyste vir beide metodes. Die beste voorkeurlys vir beide kriteria is $\{0.6\}$. Dit wil dus voorkom dat om minder voorkeurspanne aan 'n bestelling toe te wys, oor die algemeen beter resultate lewer.

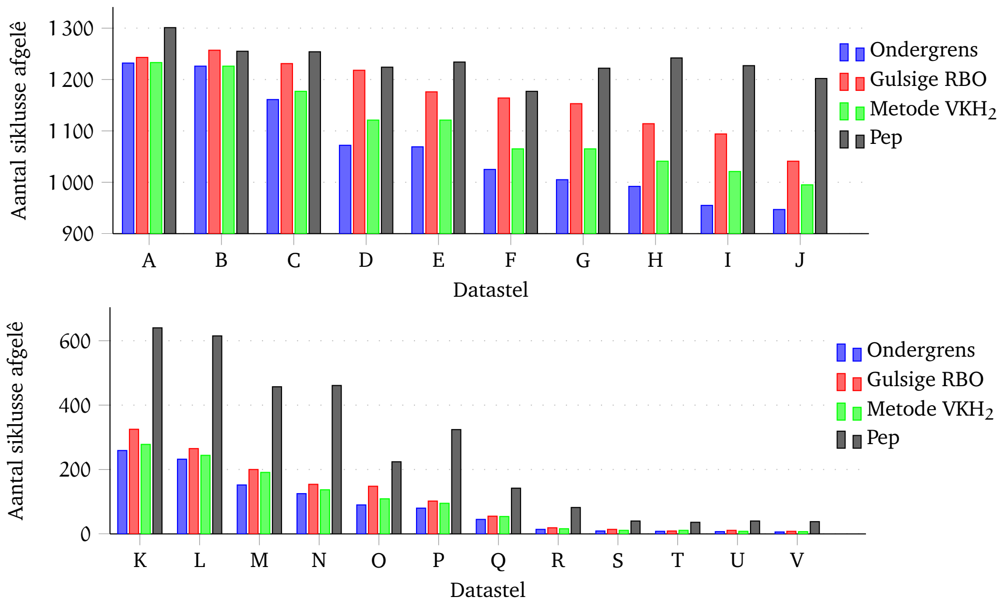
5 Vergelyking van algoritmes

Die gulsige heuristiek met die beste oplossingskwaliteit (Gulsige RBO met twee voorkeurspanne), asook die algoritme wat die beste oplossings lewer vir die voorkeurverhoudings (metode VKH_2 met voorkeurlys $\{0.6\}$), word met mekaar vergelyk. Die aantal siklusse

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

VKH$_1$		VKH$_2$	
Voorkeurlys	Totale siklusse	Voorkeurlys	Totale siklusse
{0.6}	12663	{0.6}	12601
{0.7}	12683	{0.5}	12608
{0.8}	12710	{0.4}	12615
{0.5}	12721	{0.7}	12616
{0.4}	12747	{0.3}	12624

Tabel 3: Die 5 voorkeurlyste wat die beste oplossings lewer vir die twee kriteria.



Figuur 16: Kolomgrafieke van die resultate van die beste gulsige heuristiek (Gulsige RBO) en die voorkeurverhoudingsheuristiek (VKH$_2$).

word in Figuur 16 vertoon. Die beste oplossing vir elke datastel word vet gedruk. Die Gulsige RBO-algoritme kan slegs vir 1 uit die 22 datastelle oplossings vind wat minder siklusse benodig om al die bestellings af te handel as metode VKH$_2$.

Metode VKH$_2$ neem egter effens meer verwerkingstyd as die Gulsige RBO vir elkeen van die 22 datastelle, maar beide se oplossingstye is aanvaarbaar vir praktiese implementering. Die Gulsige RBO kan oplossings genereer vir al die datastelle in minder as 1 sekond, terwyl die metode VKH$_2$-algoritme ongeveer 1 sekond benodig om enige datastel op te los. Selfs al het metode VKH$_2$ 'n effens langer uitvoertyd, word hierdie algoritme bo die Gulsige RBO gekies.

6 Gevolgtrekkings

Die uitsoek en opmaak van bestellings in 'n distribusiesentrum wat deur Pep besit word, is ondersoek. Drie vlakke van besluite is geïndentifiseer. Toewysingsheuristieke word voorgestel om die derde vlak, naamlik die VBP op te los. 'n Veralgemeende toewysingsmodel word gebruik en opgelos met heuristiese metodes. Daarna word twee algoritmes voorgestel om toekennings met behulp van voorkeurverhoudings te maak. Resultate is bepaal vir al die verskillende benaderings. Die beste resultate word gegee deur toekennings te maak na gelang van voorkeurverhoudings. Metode VKH$_2$ lewer oor die algemeen die beste resultate vir al die datastelle wat beskou is.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za

Die VBP is die laaste vlak van 'n groter probleem wat uit drie vlakke bestaan. Vinnige algoritmes vir die VBP baan die weg om oplossingsmetodes vir die eerste twee vlakke te ontwikkel. Die groter navorsingsdoel is dat die algoritmes in hierdie artikel daartoe moet bydra om die probleme op al drie vlakke in 'n redelike tyd op te los. Pep het aangedui dat die algoritmes wat die VBP optimeer, in hulle distribusiesentrumsagteware opgeneem gaan word. Daar moet nog bepaal word presies watter een van die algoritmes uiteindelik opgeneem gaan word, aangesien die resultate in die ander twee vlakke van die groter probleem sal aandui watter algoritme die geskikste is.

Verwysings

[1] R. De Koster, T. Le-Duc en K.J. Roodbergen. Design and control of warehouse order picking: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 182(2):481-501, 2007.

[2] M. Goetschalckx en J. Ashayeri. Classification and design of order picking. *Logistics Information Management*, 2(2):99-106, 1989.

[3] G. Gutin en A.P. Punnun. *The travelling salesman problem and its variations.* Springer, Dordrecht, 2007.

[4] G. Gutin en A. Yeo. Assignment problem based algorithms are impractical for the generalized TSP. *Australasian Journal of Combinatorics*, 27:149–153, 2003.

[5] C.C. Jane en Y.W. Laih. A clustering algorithm for item assignment in a synchronised zone order picking system. *European Journal of Operational Research*, 166(2):489-96, 2005.

[6] C.M. Hsu, K.Y, Chen en C.M. Chen. Batching orders in warehouses by minimizing travel distance with genetic algorithms. *Computers in Industry*, 56:169–178, 2005.

[7] L. Hsieh en L. Tsai. The optimum design of a warehouse system on order picking efficiency. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 28(5–6):626-37, 2006.

[8] Lindo Systems. Lingo 11. `http://www.lindo.com`.

[9] J. Matthews en S.E. Visagie. Order sequencing on a unidirectional cyclical picking line, Ingedien, 2011.

[10] D.W. Pentico. Assignment problems: A golden anniversary survey. *European Journal of Operational Research*, 176(2):774-93, 2007.

[11] R.A. Ruben en F.R. Jacobs. Batch construction heuristics and storage assignment strategies for walk/ride and pick systems. *Management Science*, 45(4):575-96, 1999.

[12] Sun Mircosystems. Java. `http://java.sun.com`.

[13] Ubuntu. `http://www.ubuntu.com`.

[14] G. van Dieman. A comparison of exact and heuristic solution methodologies for the classical assignment problem and its variations. Ongepubliseerd, Universiteit Stellenbosch, Stellenbosch, 2006.

ISSN 1995-5928 | Tel: 021 886 5169 | E-pos: akademies@litnet.co.za